

**POLITECHNIKA**



**BIAŁOSTOCKA**

**WYDZIAŁ**



**INŻYNIERII  
ZARZĄDZANIA**

**KATEDRA ZARZĄDZANIA PRODUKCJĄ**

Instrukcja do zajęć laboratoryjnych z przedmiotu:

*Systemy pomiarowe*

Kod przedmiotu: **KS04515, KN04515**

**Ćwiczenie nr 2**

**POMIAR REZYSTANCJI**

(multimetr, metoda techniczna, mostek)

O p r a c o w a ł :

dr inż. Arkadiusz Łukjaniuk

Białystok 2022

*Wszystkie prawa zastrzeżone.*

*Wszystkie nazwy handlowe i towarów występujące w niniejszej instrukcji są znakami towarowymi zastrzeżonymi lub nazwami zastrzeżonymi odpowiednich firm odnośnych właścicieli.*

**Cel ćwiczenia:** Studenci zapoznają się z metodami pomiaru rezystancji oraz nabywają umiejętności poprawnego wyboru metody pomiaru w zależności od wartości mierzonej rezystancji oraz wymaganej dokładności wyniku pomiaru

## 1. WSTĘP

Pomiary rezystancji są zagadnieniami bardzo ważnymi zarówno w przemyśle jak i życiu codziennym. Od poprawnego pomiaru tej wielkości zależy prawidłowe działanie wielu urządzeń, systemów zabezpieczeń, szybkie przeprowadzenie napraw urządzeń, itp..

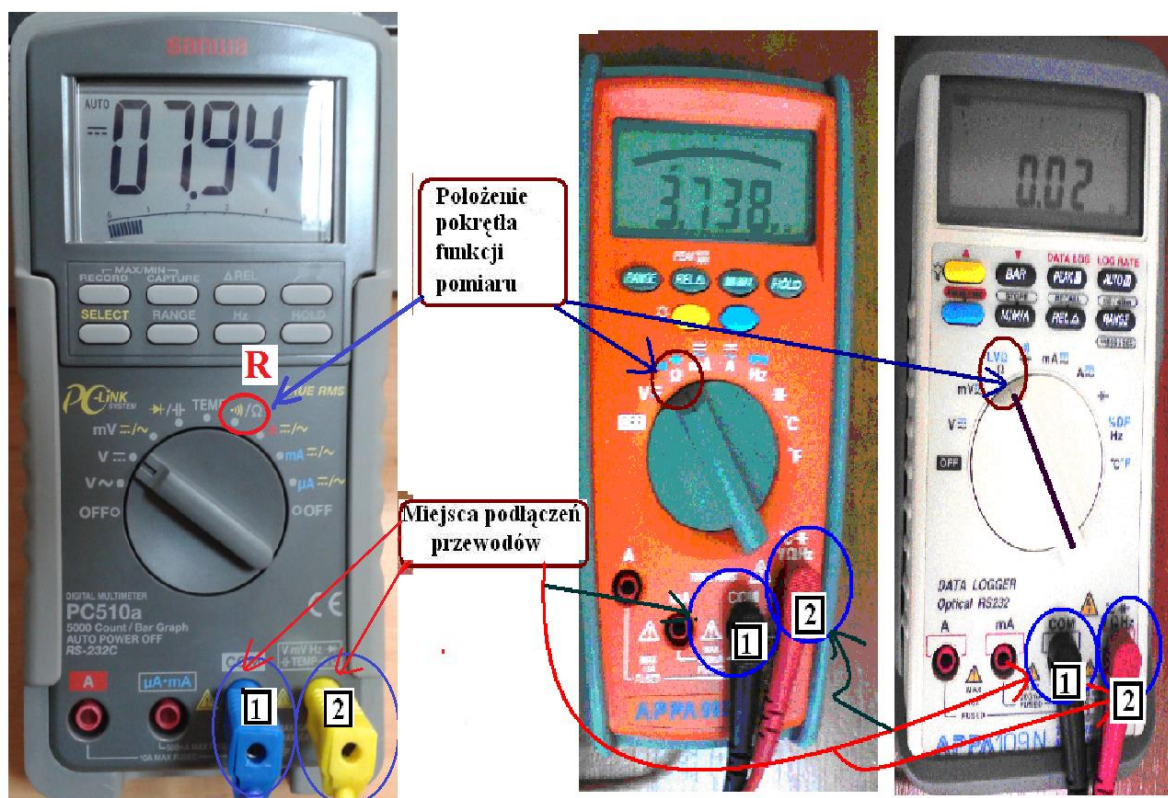
Pomiary rezystancję możemy wykonać za pomocą:

- multimetrem cyfrowym (funkcja pomiaru rezystancji);
- mostkiem (technicznym lub laboratoryjnym);
- metodą techniczną.

Wybór metody pomiaru zależy od wielu czynników, np.: jaki rząd wielkości reprezentuje badana rezystancja, dokładność, z jaką chcemy ją zmierzyć, czy też posiadany do dyspozycji sprzęt pomiarowy.

## 2. CYFROWY POMIAR REZYSTANCJI

Cyfrowy pomiar rezystancji polega na jej proporcjonalnej zamianie na napięcie stałe. Potrzebny spadek napięcia wywoływany jest na mierzonej rezystancji przez prąd pochodzący z wbudowanego do multimetru źródła prądowego. Sposób podłączenia przewodów do multimetru podczas pomiaru rezystancji pokazany jest na rys.1 (cyfry 1 i 2). Przełącznik funkcyjny powinien znajdować się w pozycji oznaczonej symbolem „ $\Omega$ ”. Przed rozpoczęciem pomiarów sprawdzamy działanie przyrządu poprzez zwarcie przewodów podłączeniowych (wtedy na wyświetlaczu powinna pokazać się wartość „0.000” lub „0.001”  $\Omega$ ) – rozwarcie przewodów (na wyświetlaczu powinna pokazać się wartość „0L” i wartość jednostki  $M\Omega$ ).



Rys. 1. Widok multimetrów przygotowanych do pomiaru rezystancji

Pomiar rezystancji, tak jak i innych wielkości mierzonych multimetrem, obarczony jest pewnym błędem. Użytkownik powinien umieć (na podstawie parametrów metrologicznych przyrządu) określić przedział niepewności zmierzonej rezystancji. W tabeli 1 przedstawione zostały (podane przez producenta) parametry metrologiczne przy pomiarze rezystancji multimetrami APPA 62, APPA 109N, APPA 99II i APPA 17. Przykład 1 ilustruje sposób określenia przedziału niepewności mierzonej rezystancji.

Tabela 1. Parametry metrologiczne wybranych multimetrów (pomiar rezystancji)

APPA 62		APPA 109N	
Zakres	Dokładność	Zakres	Dokładność
200,0Ω	$\pm(0,7\%wm+3c)$	200 Ω, 2 kΩ, 20 kΩ, 200 kΩ	$\pm(0,3\%wm+30c)$
200,0 kΩ	$\pm(0,7\% wm+3c)$	2 MΩ	$\pm(0,3\% wm+50c)$
		20 MΩ	$\pm(5,0\% wm+50c)$
2,000 MΩ	$\pm(1,0\% wm+3c)$	200 MΩ	$\pm(5,0\% wm+20c)$
20,00 MΩ	$\pm(1,5\% wm+3c)$	2 GΩ	$\pm(5,0\% wm+8c)$

Tabela 1. Parametry metrologiczne wybranych multimetrów (pomiar rezystancji) cd.

APPA 99II		APPA 17	
Zakres	Dokładność	Zakres	Dokładność
400,0 Ω	$\pm(0,7\%wm+3c)$	300,0 Ω	$\pm(1,2\%wm+4c)$
4,000 kΩ	$\pm(0,4\% wm+3c)$	3,000 kΩ	$\pm(1,0\%wm+2c)$
40,00 kΩ		30,00 kΩ	
400,0 kΩ		300,0 kΩ	
4,000 MΩ	$\pm(0,6\% wm+3c)$	3,000 MΩ	$\pm(1,5\% wm+3c)$
40,00 MΩ	$\pm(1,5\% wm+5c)$	30,00 MΩ	$\pm(3,0\% wm+5c)$
<b>APPA 207</b>		40,00 MΩ	$\pm (0,3\% + 2c)$

Przykład 1: Obliczyć błąd maksymalny (graniczny), z jakim mierzona jest rezystancja  $R_x = 380,0\Omega$  na zakresie pomiarowym  $R_n = 400,0\Omega$ .

**Rozwiązanie:**

Dla APPA 99II producent podaje (tabela 1):

$$\Delta R_x = \pm (\% \text{wart. mierzonej} + \text{ilość cyfr}) = \pm (0,7\%wm + 3c).$$

W naszym przypadku wartość mierzona = 380,0Ω, wartość jednej cyfry na zakresie 400,0Ω wynosi 0,1Ω, stąd:

$$\Delta R_x = \pm(0,7\% \cdot 380\Omega + 3 \cdot 0,1\Omega) = \pm(0,007 \cdot 380\Omega + 0,3\Omega) = \pm(2,66\Omega + 0,3\Omega) = \pm 2,96\Omega \approx \approx 3,0\Omega.$$

Niepewność rozszerzona wyniesie (przy  $k_p=3$ ):

$$U(\widehat{R}_x) \approx \sqrt{3}\Delta R_x = 5,13 \approx 5,1\Omega, \quad (6)$$

a zapis wyniku pomiaru:  $R_x = R_x \pm \sqrt{3}\Delta R_x = (380,0 \pm 5,1) \Omega$ .

Znajomość tego błędu pozwala na określenie przedziału, w którym z wysoką ufnością ( $P = 0,9973$ ,  $k_p=3$ ) zawiera się wartość rzeczywista mierzonej rezystancji:

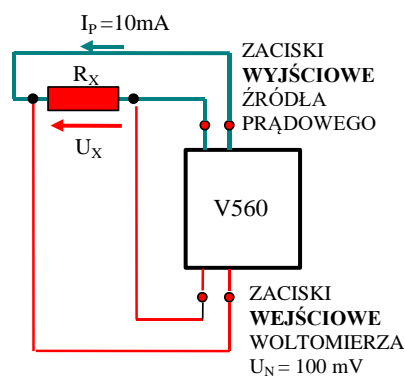
$$380,0\Omega - 5,1\Omega \leq R_x \leq 380,0\Omega + 5,1\Omega,$$

stąd:  $374,9\Omega \leq R_x \leq 385,1\Omega$ .

Ostatecznie wynik pomiaru rezystancji powinien być zapisany w postaci:

$$R_x = (380,0 \pm 5,1) \Omega.$$

Przy pomiarze „małych” rezystancji stosowana jest metoda czteropunktowa pomiaru. Polega ona na zasileniu mierzonego rezystora z oddzielnego źródła prądowego (wbudowanego do multimetru) o prądzie znamionowym 10 mA i pomiarze wywołanego tym prądem spadku napięcia woltomierzem na zakresie pomiarowym 100 mV. To dodatkowe źródło prądowe „generuje” prąd o natężeniu 100 razy większym niż źródło wykorzystywane przy pomiarze dużych rezystancji. Zaciski wyjściowe tego źródła znajdują się na tylnej ścianie przyrządu. W tej metodzie wymagane jest użycie czterech przewodów łączących. Dwa z nich doprowadzają do rezystora prąd ze źródła prądowego, dwa pozostałe doprowadzają zaś powstały spadek napięcia do zacisków woltomierza (rys.2).



Rys. 2. Schemat układu do pomiaru rezystancji metodą czteropunktową (multimetr V560).

### 3. METODY ZEROWE (MOSTKI)

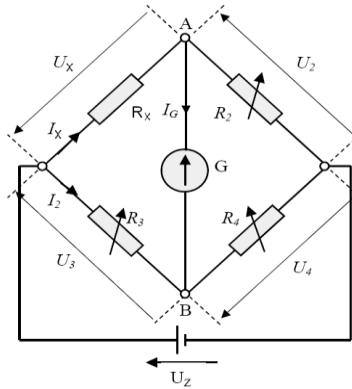
Pomiar rezystancji mostkami zalicza się do **metod zerowych**. Cechą metod zerowych jest eliminacja wpływu elektrycznych przyrządów zarówno wskazówkowych jak i cyfrowych na wartość błędu pomiaru rezystancji.

Mostki do pomiaru rezystancji dzielą się na:

- Wheatstone’a (pomiar z wysoką dokładnością rezystancji z przedziału od ok.  $1 \Omega$  do ok.  $10 \text{ M} \Omega$ );
- Thomsona (Kelvina) - pozwala na pomiar rezystancji w zakresie  $0,000001 \Omega - 10 \Omega$ .

Wymienione mostki mogą być laboratoryjne lub techniczne. Na rys. 3 przedstawiony jest schemat ideowy mostka Wheatstone’a. Oprócz rezystora mierzonego  $R_x$  występują w nim trzy rezystory wewnętrzne:  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  o regulowanych wartościach. W przekątnej pionowej **A**, **B** mostka znajduje się detektor zera (galwanometr magnetoelektryczny **G**). Zadaniem galwanometru jest

wskazywanie stanu równowagi mostka, to znaczy stanu, w którym różnica potencjałów między punktami A, B staje się równa zero. Stan ten otrzymuje się w wyniku regulacji rezystancji **R2, R3, R4**, zaś sam proces regulacji nazywany jest równoważeniem mostka.



Rys.3. Schemat ideowy mostka Wheatstone'a

W stanie równowagi mostka mierzona rezystancja **R<sub>x</sub>** jest określona zależnością:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad (1)$$

Uwaga: **warunkiem równowagi mostka jest równość:  $U_{AB} = 0$ .**

Zależność (1) nie jest zupełnie dokładna, bowiem nie uwzględnia spadków napięć na odcinkach przewodów łączących poszczególne rezystancje w układ mostkowy.

Nieściśłość we wzorze (1) nie powoduje znaczących błędów tak długo, jak długo rezystancje oporników mostka znacznie przewyższają rezystancje przewodów łączących. Na przykład rezystancja miedzianego przewodu łączącego o długości 1 m i polu przekroju poprzecznego 1,5 mm<sup>2</sup> ma rezystancję ok. 12 mΩ. Stanowi to 0,012 % wartości 100 omowego rezystora.

### Błąd nieczułości mostka

Oprócz błędu podstawowego, pomiar rezystancji mostkiem Wheatstone'a obarczony jest jeszcze błędem nieczułości.

**Bezwzględny błąd nieczułości  $\Delta n$**  nazywa się największy przyrost rezystancji mierzonej  **$\Delta R_x$**  nie wywołujący zmiany wskazania galwanometru. Określenie to ma znaczenie jedynie teoretyczne, bowiem niemożliwe jest

wyznaczenie przyrostu  $\Delta R_x$  bez drobnej choćby zmiany wskazania galwanometru, dlatego w praktyce stosowane jest inne określenie tego błędu.

**Bezwzględnym błędem nieczułości  $\Delta n$**  nazywa się przyrost rezystancji mierzonej  $\Delta R_x$ , wywołujący najmniejsze dostrzegalne przemieszczenie wskazówki galwanometru  $\Delta a$ . Umownie przyjmuje się  $\Delta a = 0,1$  mm. Tak więc:

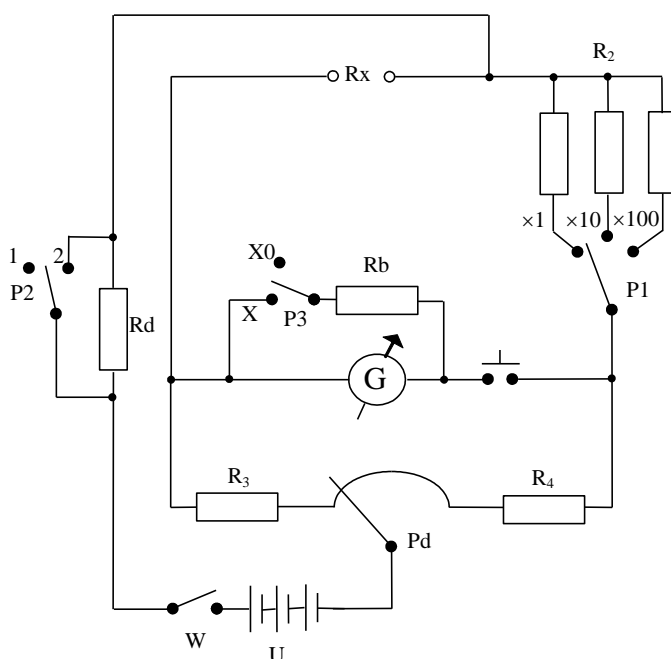
$$|\Delta n| = |\Delta R_x|, \quad \text{gdy } \Delta a = 0,1 \text{ mm.}$$

### Techniczny mostek Wheatstone'a MW-4

Techniczny mostek Wheatstone'a MW-4 pozwala na szybki pomiar rezystancji w zakresie od  $0,5\Omega$  do  $500k\Omega$ . Dokładność pomiaru jest jednak o wiele mniejsza niż mostka laboratoryjnego i wynosi:

- na zakresie  $0,5-5\Omega$   $\pm 2\%$ ;
- na zakresie  $5\Omega-500k\Omega$   $\pm 1\%$ .

Na rysunku 4 przedstawiony jest uproszczony schemat takiego mostka.



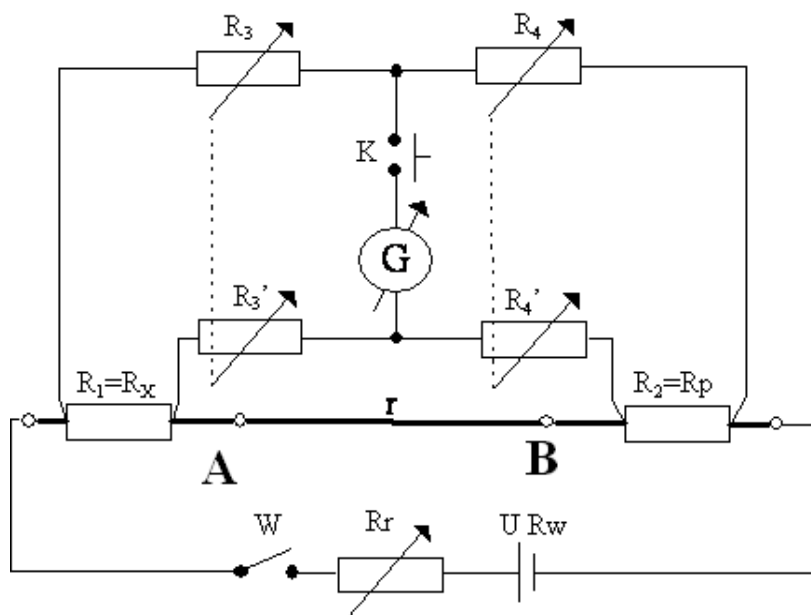
Rys. 4. Uproszczony układ technicznego mostka Wheatstone'a: P1 - przełącznik zmiany zakresów pomiarowych; P2 - przełącznik czułości mostka; Pd - potencjometr drutowy [2].

Równoważenie mostka odbywa się przez obrót suwaka potencjometru drutowego Pd. Oznacza to zmianę ilorazu  $R_3/R_4$  aż do osiągnięcia stanu równowagi. Wynik pomiaru odczytuje się z położenia obrotowej podziałki, połączonej z pokrętkiem potencjometru oraz z uwzględnieniem mnożnika zakresu.



Wartości rezystancji części regulowanej i części stałych są tak dobrane, aby iloraz  $R_3/R_4$  mógł zmieniać się w granicach zapewniających zachodzenie na siebie zakresów pomiarowych, nastawionych przełącznikiem P1. Obecnie techniczne mostki Wheatstone'a tracą swoje znaczenie, gdyż ich funkcje przejmują cyfrowe mierniki uniwersalne zawierające omomierze (multimetry cyfrowe).

W przypadku konieczności pomiaru rezystancji  $R_x < 1\Omega$  stosowanie mostka Wheatstone'a daje wyniki obarczone dużymi błędami pomiarowymi. Błędy te są rezultatem wpływu rezystancji przewodów łączeniowych, rezystancji w gałęziach mostka oraz rezystancji styków. Wartości wymienionych rezystancji są porównywalne z wartościami mierzonymi. Eliminacje tych błędów dokonuje się w zmodyfikowanym mostku Wheatstone'a do postaci sześcioramiennej zw. mostkiem Thomsona (Kirchhoffa). Modyfikacja mostka Wheatstone'a (rysunek 5) polega na zastąpieniu rezystorów  $R_3$  i  $R_4$  drutem ślizgowym, kalibrowanym ze stopu oporowego (manganinu, nikrothalu) o długości 0.5m (czasem 1m). Stan równowagi tego mostka, przy  $R_p = \text{const}$ , osiąga się ustawiając w odpowiednim położeniu suwak na listwie z drutem oporowym.



Rys. 5. Schemat technicznego mostka Thomsona:  $R_1=R_x$  - rezystor mierzony;  $R_2=R_p$  - rezystor porównawczy (wzorcowy);  $R_3$  i  $R_3'$  oraz  $R_4$  i  $R_4'$  - rezystancje ilorazowe (nastawne) – sprzężone;  $r$  - rezystancja mała przewodu łączącego zacisk prądowy A rezystora mierzonego  $R_x$  z zaciskiem prądowym B rezystora porównawczego (wzorcowego)  $R_2(R_p)$  [2].

Rezystancję mierzoną  $R_x$  ( $R_1$ ) oraz porównawczą  $R_p$  ( $R_2$ ), o wartościach zbliżonych do  $R_1$ , przyłącza się do mostka z zewnątrz, przy czym wyróżnia się tu zaciski prądowe (masywne) i napięciowe (o małym przekroju). Regulując wartościami rezystorów ilorazowych (sprzężonych)  $R_3$  i  $R_3'$  oraz  $R_4$  i  $R_4'$  osiąga

się stan równowagi mostka objawiający się zerowym wychyleniem galwanometru ( $\alpha_g=0$ ), przy którym słuszna jest zależność:

$$R_x = R_1 = R_p \frac{R_3}{R_4} = R_2 \frac{R_3'}{R_4'}$$

## Laboratoryjny mostek Wheatstone'a

### Przygotowanie mostka do pomiarów

Na rysunku 6 przedstawiony jest widok z góry mostka laboratoryjnego Wheatstone'a.



Rys.6. Płyta czołowa laboratoryjnego mostka Wheatstone'a: 1- wskaźnik zera; 2 –przełącznik skokowej regulacji czułości wskaźnika zera 1; 3 - pokrętło płynnej regulacji wskaźnika zera 1; 4 - przełącznik rodzaju wskaźnika zera (powinien być w pozycji **WEW.**); 5 – przełącznik trybu pracy (przy pomiarach w pozycji **PRACA**); 6 – zaciski podłączania rezystancji badanego tensometru; 7 – pokrętło ustawiania mnożnika **k**; 8 – rezystor dekadowy **R<sub>p</sub>**, służący do równoważenia mostka.

Przed rozpoczęciem pomiarów należy sprawdzić położenia poszczególnych przełączników na panelu mostka Wheatstone'a:

- przełącznik 4 w pozycji **WEW.**;
- przełącznik 2 w pozycji **0,1**;
- przełącznik 5 w pozycji **PRACA**;

➤ potencjometr **3** w środkowym położeniu.

Następnie zmierzyć za pomocą multimetru nieznaną rezystancję i ustawić jej wartość przy pomocy dekad rezystora  $R_p$  w następujący sposób np.: jeżeli zmierzona multimetrem rezystancja  $R_x$  wynosi  $125,3 \Omega$ , to na pierwszej z lewa dekadzie ustawiamy **1**, na drugiej - **2**, na trzeciej – **5**, na czwartej - **3**, a na ostatniej - **0**.

Wartość mnożnika  $k$  ustawiamy pokrętkiem **7** po uprzednim wyznaczeniu z zależności (w przytoczonym przykładzie  $R_p=1253,0 \Omega$ , a  $R_p/R_x=10$ , to  $k=2$ ):

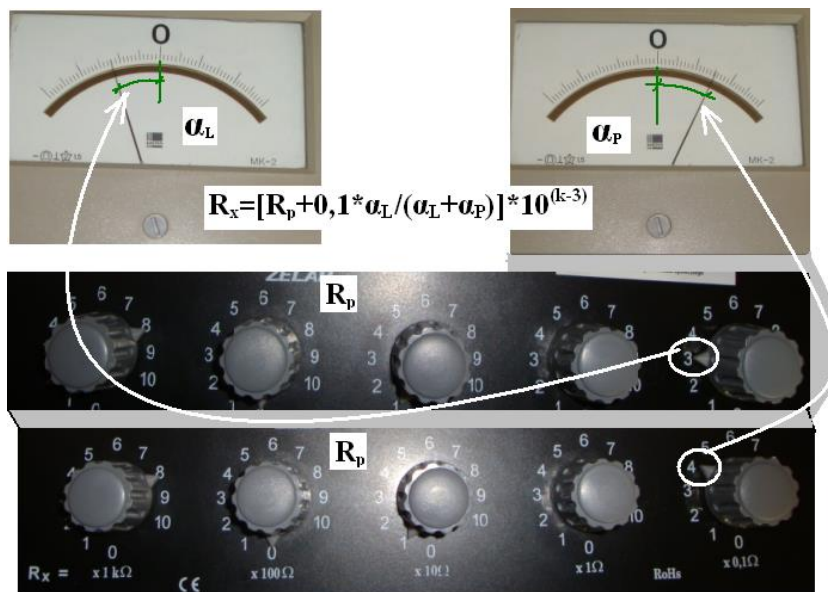
$$\frac{R_p}{R_x} = 10^{k-3}.$$

Podłączamy badany tensometr przy pomocy przewodów do zacisków  $R_x$  mostka.

Włączamy mostek przełącznikiem znajdującym się z tyłu obudowy (zapali się lampka kontrolna na panelu mostka).

### *Przeprowadzenie pomiarów*

- a) regulując dekadami (zaczynając od najmniejszej – tej z prawej strony panelu mostka) doprowadzić do wyzerowania wskaźnika zera **1** (rys. 6);
- b) zmienić skokowo czułość mostka z **0,1** na **1** przełącznikiem **2**;
- c) regulując ostatnią dekadą  $R_p$  doprowadzić do stanu, gdy przełączenie ostatniej dekady  $R_p$  o jedną wartość powoduje zmianę wychylenia wskaźnika zera z lewego na prawe (w razie potrzeby można zwiększyć czułość pokrętkiem płynnej regulacji **3**);
- d) zapisać wartość  $R_p$  dla lewego wychylenia wskaźnika zera oraz wartość wychylenia wskazówki  $\alpha_L$  w działkach – rys.7);



Rys. 7. Ilustracja metodyki wyznaczania dokładnej wartości rezystancji  $R_x$ .

- e) zwiększyć o jedną wartość ostatnią dekadę  $R_p$ , odczytać i zanotować wychylenie prawe wskaźnika zera (rys.7);

### *Obliczenia*

Dokładną wartość rezystancji  $R_x$  wyznaczamy z zależności:

$$R_x = [R_p + 0,1 \cdot \alpha_L / (\alpha_L + \alpha_P)] \cdot 10^{(k-3)} \Omega.$$

## 4. METODA TECHNICZNA

Metoda techniczna pozwala na pomiar rezystancji przy żądanym natężeniu prądu w elemencie badanym. Ma to zasadnicze znaczenie przy pomiarze rezystancji zależnych od prądu, kiedy to wymagana jest regulacja prądu pomiarowego w stosunkowo szerokim zakresie w celu wyznaczenia charakterystyki prądowo - napięciowej badanego elementu. We wszystkich pozostałych metodach natężenie prądu narzucane jest przez układ pomiarowy albo zmienia się w niewielkim zakresie albo ma wartość stałą.

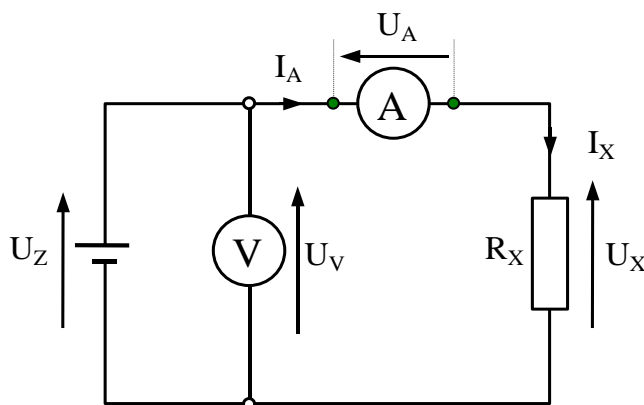
Metoda techniczna polega na pomiarze natężenia prądu  $I_x$  płynącego przez element badany oraz napięcia  $U_x$  panującego na jego zaciskach. Poszukiwaną wartość rezystancji  $R_x$  oblicza się następującej według zależności:

$$R_X = \frac{U_X}{I_X}.$$

Pomiar dokonywany jest najczęściej przy zasilaniu układu napięciem stałym, może być jednak realizowany także przy zmiennym napięciu zasilającym, wtedy symbole  $U_X$ ,  $I_X$  w powyższym wzorze oznaczają wartości skuteczne napięcia i prądu.

Metoda techniczna może być realizowana w jednym z dwóch układów pomiarowych: w układzie „z dokładnym pomiarem prądu” (rys.8) albo w układzie „z dokładnym pomiarem napięcia” (rys. 9).

#### 4.1. Układ z dokładnym pomiarem prądu (DPP)



Rys.8. Układ z dokładnym pomiarem prądu.

Z prawa Ohma wynika, że:

$$R_X = \frac{U_X}{I_X} = \frac{U_V - U_A}{I_A} = \frac{U_V}{I_A} - R_A, \quad (2)$$

gdzie:  $U_V, I_A$  - wskazania przyrządów;

$R_A$  - rezystancja wewnętrzna amperomierza;

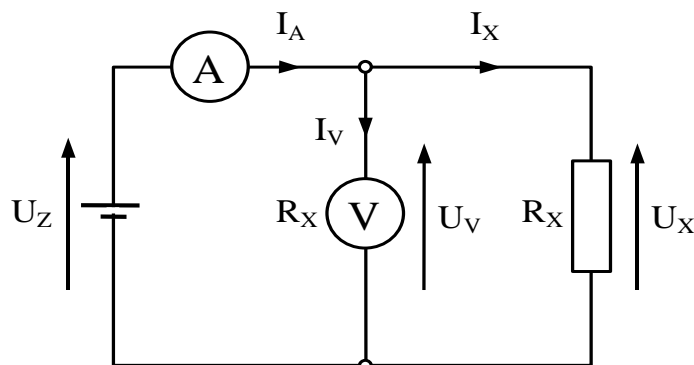
$U_A$  - spadek napięcia na rezystancji wewnętrznej amperomierza.

Zależność (2) uwzględnia spadek napięcia na rezystancji wewnętrznej amperomierza, który powiększa wskazania woltomierza. Jeżeli okaże się, że

pierwszy składnik ( $U_V/I_A$ ) wyrażenia (2) jest dużo większy od  $R_A$ , można pominąć tę rezystancję w obliczeniach. Wzór (2) przyjmie wtedy postać (3):

$$R_X = \frac{U_V}{I_A} \quad (3)$$

#### 4.2. Układ z dokładnym pomiarem napięcia (DPN)



Rys. 9. Układ z dokładnym pomiarem napięcia.

Zgodnie z prawem Ohma:

$$R_X = \frac{U_X}{I_X} = \frac{U_V}{I_A - I_V} = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}}, \quad (4)$$

gdzie:

$I_V$  - prąd pobierany przez woltomierz;

$R_V$  - rezystancja wewnętrzna woltomierza.

Wzór (4) uwzględnia prąd  $I_V$  pobierany przez woltomierz. Jeżeli jest on dużo mniejszy od prądu  $I_A$ , zależność (4) można uprościć do postaci (5):

$$R_X = \frac{U_V}{I_A}. \quad (5)$$

## 5. WYZNACZANIE NIEPEWNOŚCI POMIARU REZYSTANCJI

Błąd pomiaru jest to różnica między wartością dokładną a wielkością zmierzoną. Niestety wartości dokładnej nigdy nie poznamy, więc i nie poznamy dokładnego błędu pomiaru. Jednak celem każdego pomiaru wykonywanego przez

inżyniera (i nie tylko) jest podanie wielkości mierzonej wraz z pewną miarą niedokładności pomiaru. Jak wyznaczyć tę niedokładność?

W teorii pomiarów ta niedokładność nazywana jest niepewnością (*uncertainty*) i definiowana jest jako: „parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej”.

Rozróżniamy niepewność standardową i standardową złożoną.

**Niepewność standardowa** (*standard uncertainty*) jest to niepewność wyniku pomiaru wyrażona jako odchylenie standardowe  $u(\hat{x}_i) = \sigma(\hat{x}_i)$  lub pierwiastek z estymaty wariancji  $s^2(\hat{x}_i)$ , jeżeli wariancja jest nieznaną.

**Niepewność standardowa złożona** (*combined uncertainty*) wyznacza się jako wartość funkcji innych wielkości zwanych wejściowymi, wyrażoną w postaci zależności od wariancji lub estymat wariancji (to jest od kwadratów niepewności) wartości wielkości wejściowych przyjmowanych do obliczenia wyniku pomiaru.

Niepewność standardową oblicza się stosując dwie metody:

- **metodę typu A** opartą na rozkładach częstości;
- **metodę typu B** opartą na rozkładach danych lub przyjętych *a priori*.

**Niepewność typu A** ocenia się za pomocą metod statystycznych. Na podstawie serii  $N$  niezależnych pomiarów  $\hat{x}_k$  wielkości mierzonej  $X_i$  oblicza się wartość średnią  $\bar{x}_i$  wyniku pomiaru:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{x}_k \quad (6)$$

**Niepewność standardowa typu A** wyznacza się jako odchylenie standardowe z średniej:

$$U_A(\hat{x}_i) = s(\bar{x}_i) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{x}_k - \bar{x}_i)^2}{N(N-1)}} \quad (7)$$

Do wyznaczenia **niepewności typu B** niezbędne są informacje o parametrach metrologicznych aparatury pomiarowej (najczęściej wystarczy znajomość wartości błędu granicznego). Przy założonym jednostajnym rozkładzie błędów aparatury niepewność typu B oblicza się z zależności:

$$U_B^2 = \frac{\Delta_g^2}{3}; \quad \text{lub} \quad U_B = \frac{\Delta_g}{\sqrt{3}} \quad (8)$$

gdzie:  $\Delta_g$  błąd graniczny przyrządu pomiarowego (podany przez producenta).

**Złożoną niepewność standardową** wyznacza się z zależności:

$$U_C^2(\hat{x}) = U_A^2(\hat{x}) + U_B^2(\bar{x}). \quad (9)$$

Wielkość zmierzona powinna być przedstawiona w postaci:

$$\hat{X} = \bar{X} \pm U(\hat{x}). \quad (10)$$

Wielkość  $U(\hat{x})$  jest nazywana **niepewnością rozszerzoną** i oblicza się z wyrażenia:

$$U(\hat{x}) = k_p \cdot U_C(\hat{x}), \quad (11)$$

gdzie:  $k_p$  – współczynnik rozszerzenia (przy poziomie ufności  $p=0,95$  -  $k_p=2$ , a dla  $p=0,9973$  -  $k_p=3$ ).

**Przykład 2.** Omomierzem cyfrowym o zakresie  $2,5 \text{ k}\Omega$  i błędzie granicznym  $\pm(0,4\% \text{ wm} + 5\text{c})$  zmierzono pięciokrotnie rezystancję. Wyniki pomiaru:  $0,381 \text{ k}\Omega$ ,  $0,380 \text{ k}\Omega$ ,  $0,381 \text{ k}\Omega$ ,  $0,382 \text{ k}\Omega$ ,  $0,380 \text{ k}\Omega$ . Obliczyć niepewność pomiaru rezystancji przy  $k_p=3$ :

### Rozwiązanie:

Wartość średnia rezystancji zgodnie z (10) wynosi:

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{R}_k = 0,3808 \text{ k}\Omega.$$

**Niepewność standardowa typu A** wg wzoru (11):  $U_A=0,374\Omega$ .

**Niepewność standardowa typu B:** w naszym przypadku wartość średnia rezystancji  $\bar{R} = 0,3808 \text{ k}\Omega = 380,8\Omega$ , wartość jednej cyfry na zakresie  $2,500 \text{ k}\Omega$  wynosi  $0,001 \text{ k}\Omega$ , czyli  $1\Omega$ , stąd:

$$U_B = \frac{\Delta_g}{\sqrt{3}} = \frac{0,004 \cdot 380,8\Omega + 5 \cdot 1\Omega}{\sqrt{3}} = 3,766\Omega.$$

Niepewność rozszerzona wyniesie:

$$U(\hat{R}) = k_p \cdot U_C = k_p \cdot \sqrt{U_A^2 + U_B^2} = 3 \sqrt{0,374^2 + 3,766^2} = 11,35\Omega.$$



Ostatecznie wynik pomiaru można zapisać:

$$\overline{R_x} = \overline{R} \pm U(\hat{R}) = (380,8 \pm 11,35) = (381 \pm 11)\Omega.$$

## 6. PRZEBIEG POMIARÓW

6.1. Pomiar dwóch wskazanych przez prowadzącego rezystancji przy pomocy multimetrów (każdy student wykonuje oddzielnie pomiar każdej z rezystancji i wyniki pomiaru zapisuje w tabeli 2).

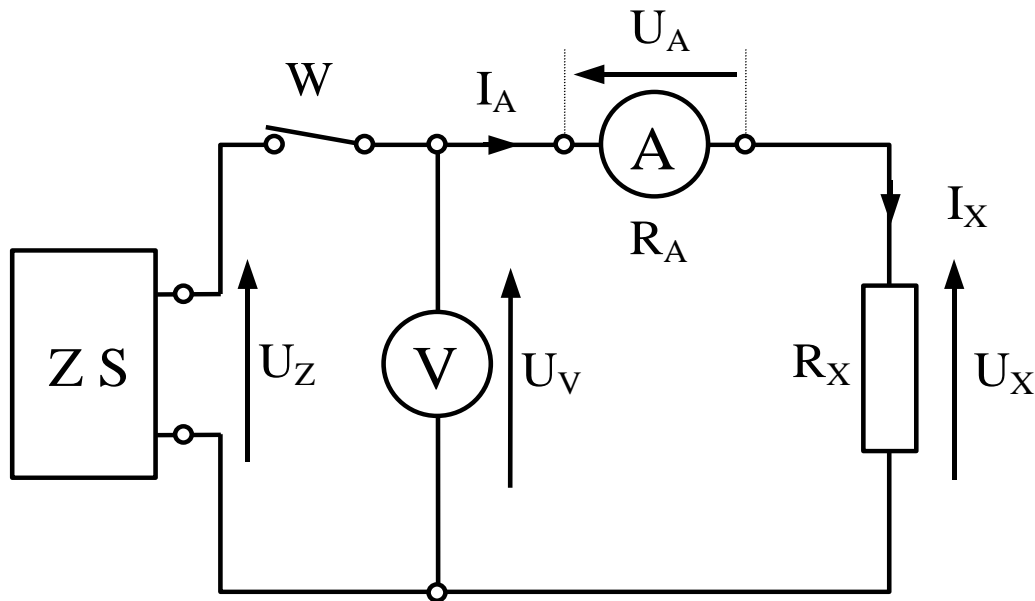
Tabela 2.

Metoda pomiaru rezystancji	$R_{x1i}$	$U(\hat{R}_{X1})$	$R_{x2i}$	$U(\hat{R}_{X2})$	$R_1 = R_{x1} \pm \pm U(\hat{R}_{X1})$	$R_2 = R_{x2} \pm \pm U(\hat{R}_{X2})$
	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
Multimetr						
.....						
Multimetr						
.....						
Mostek techniczny Wheatstone'a						
Mostek laboratoryjny Wheatstone'a					Wartość średnia	Wartość średnia
					.....	.....
	$R_p$	$k$	$\alpha_L$	$\alpha_p$	Metoda techniczna DPN	Wartość średnia z tab.3
					$(R_{xsr})$	Wartość średnia z tab.3
$R_{x1}$						.....
					Metoda techniczna DPP	Wartość średnia z tab.3
					$(R_{xsr})$	Wartość średnia z tab.3
$R_{x1}$						.....

**6.2. Pomiar tych samych rezystancji za pomocą mostka technicznego i laboratoryjnego Wheatstone'a** (pomiar rezystancji laboratoryjnym mostkiem Wh wyjaśni prowadzący, a wyniki pomiaru zapisać w tabeli 2).

**6.3. Pomiar rezystancji metodą techniczną.**

- ✓ Połącz układ pomiarowy z DPP (rys.10);



Rys. 10. Schemat układu z dokładnym pomiarem prądu

- ✓ Oblicz odpowiednią wartość napięcia zasilającego z zależności:

$$U = \sqrt{PR}, \text{ (nie mylić napięcia z niepewnością!!!)}$$

gdzie:  $P=0,5 \cdot P_{dop}=0,125 \text{ W}$ ;

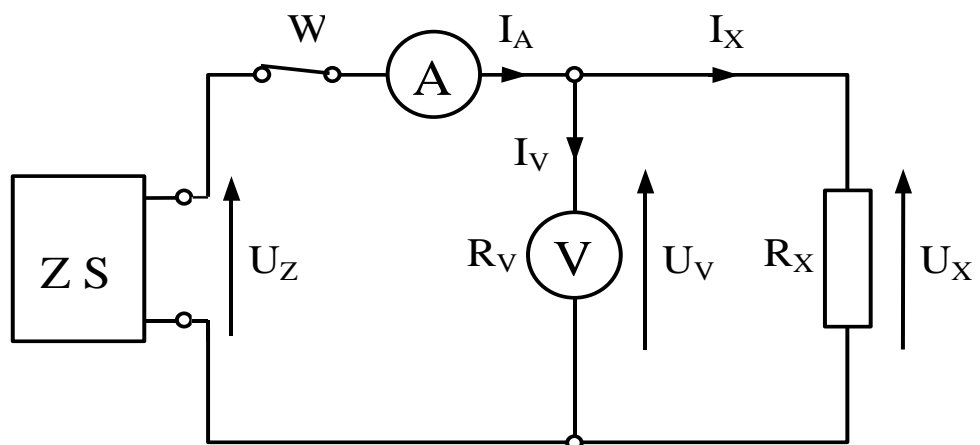
- ✓ Ustaw regulator napięcia zasilacza w pozycji zerowej;
- ✓ Włącz zasilacz stabilizowany i przy pomocy regulatora napięcia nastaw pierwszą z wartości napięć  $U_z$  wskazanych przez prowadzącego ćwiczenia;
- ✓ Odczytaj wskazania przyrządów i zapisz wyniki w tabeli 3;
- ✓ Powtórz pomiary dla pozostałych wartości napięć  $U_z$  (każdy ze studentów wykonuje po jednym pomiarze);
- ✓ Powtórz wyżej wymienione czynności przy pomiarze drugiej rezystancji;
- ✓ Połącz układ z DPN (rys.11) i powtórz pomiary dla obu rezystancji.

**Obliczenia dla obwodu z dokładnym pomiarem prądu (DPP)**

- ✓ Oblicz poszukiwaną wartość rezystancji  $R_{xi}$  wg formuły (3);
- ✓ Oblicz wartości średnią  $R_{xsr}$  i wpisz do tabeli 2.

Tabela 3.

Rezystancja	Metoda	$U_V$	$I_A$	$R_{xi}$	$R_{xsr}$
		V	mA	$\Omega$	$\Omega$
$R_{x1}$	DPN				
	DPP				
$R_{x2}$	DPN				
	DPP				



Rys. 11. Schemat układu z dokładnym pomiarem napięcia

ZS - zasilacz stabilizowany o napięciu wyjściowym nie mniejszym niż 30V;  
 V – multimetr – pomiar napięcia;

A – multimetr – pomiar prądu;  
 $R_X$  - rezystancja mierzona (wskaże prowadzący);  
W - wyłącznik jednobiegunowy;

### **Obliczenia dla obwodu z dokładnym pomiarem napięcia (DPN)**

- ✓ Zmierz omomierzem rezystancję wewnętrzną woltomierza;
- ✓ Oblicz poszukiwaną wartość rezystancji  $R_{xi}$  wg formuły (5);
- ✓ Oblicz wartości średnią  $R_{xsr}$  i wpisz do tabeli 2.

### **W sprawozdaniu należy:**

Uzupełnić tabelę 2 (przykładowe obliczenia podane są w rozdziale 5).

Porównać wartości średnie rezystancji uzyskane w tabeli 3 z odpowiednimi wartościami otrzymanymi w wyniku pomiaru mostkiem laboratoryjnym Wheatstone'a i określić, która z metod DPN czy DPP jest dokładniejsza dla pomiaru danej rezystancji.

## **7. PYTANIA I ZADANIA KONTROLNE**

1. Objasnij istotę metody technicznej pomiaru rezystancji.
2. Narysuj schemat ideowy układu z dokładnym pomiarem prądu oraz omów ideę pomiaru i przyczyny błędów pomiaru.
3. Narysuj schemat ideowy układu z dokładnym pomiarem napięcia oraz omów ideę pomiaru i przyczyny błędów pomiaru.
4. Który z dwóch układów pomiarowych zastosowałbyś, mając do dyspozycji woltomierz cyfrowy i dlaczego?
5. Omów budowę i zasadę pomiaru technicznym mostkiem Wheatstone'a.
6. Omów budowę i zasadę pomiaru laboratoryjnym mostkiem Wheatstone'a.
7. Omów zasadę pomiaru rezystancji multimetrem cyfrowym.
8. Omów metodę wyznaczania niepewności rozszerzonej.

## **LITERATURA**

1. Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: *Metrologia elektryczna*, Wyd. 11, WNT Warszawa 2011.
2. Chwaleba A. i inni *Metrologia elektryczna* WNT Warszawa 2003.
3. *Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik*. Główny Urząd Miar, 1999, ISBN 83-906546-1-

## WYMAGANIA BHP

Warunkiem przystąpienia do praktycznej realizacji ćwiczenia jest zapoznanie się z instrukcją BHP i instrukcją przeciw pożarową oraz przestrzeganie zasad w nich zawartych. Wybrane urządzenia dostępne na stanowisku laboratoryjnym mogą posiadać instrukcje stanowiskowe. Przed rozpoczęciem pracy należy zapoznać się z instrukcjami stanowiskowymi wskazanymi przez prowadzącego.

W trakcie zajęć laboratoryjnych należy przestrzegać następujących zasad.

- ♦ Sprawdzić, czy urządzenia dostępne na stanowisku laboratoryjnym są w stanie kompletnym, nie wskazującym na fizyczne uszkodzenie.
- ♦ Sprawdzić prawidłowość połączeń urządzeń.
- ♦ Załączenie napięcia do układu pomiarowego może się odbywać po wyrażeniu zgody przez prowadzącego.
- ♦ Przyrządy pomiarowe należy ustawić w sposób zapewniający stałą obserwację, bez konieczności nachylania się nad innymi elementami układu znajdującymi się pod napięciem.
- ♦ Zabronione jest dokonywanie jakichkolwiek przełączeń oraz wymiana elementów składowych stanowiska pod napięciem.
- ♦ Zmiana konfiguracji stanowiska i połączeń w badanym układzie może się odbywać wyłącznie w porozumieniu z prowadzącym zajęcia.
- ♦ W przypadku zaniku napięcia zasilającego należy niezwłocznie wyłączyć wszystkie urządzenia.
- ♦ Stwierdzone wszelkie braki w wyposażeniu stanowiska oraz nieprawidłowości w funkcjonowaniu sprzętu należy przekazywać prowadzącemu zajęcia.
- ♦ Zabrania się samodzielnego włączania, manipulowania i korzystania z urządzeń nie należących do danego ćwiczenia.
- ♦ W przypadku wystąpienia porażenia prądem elektrycznym należy niezwłocznie wyłączyć zasilanie stanowisk laboratoryjnych za pomocą wyłącznika bezpieczeństwa, dostępnego na każdej tablicy rozdzielczej w laboratorium. Przed odłączeniem napięcia nie dotykać porażonego.