

POLITECHNIKA



BIAŁOSTOCKA

WYDZIAŁ



INŻYNIERII

ZARZĄDZANIA

KATEDRA ZARZĄDZANIA PRODUKCJĄ

Instrukcja do zajęć laboratoryjnych z przedmiotu:

Podstawy diagnostyki technicznej

Kod przedmiotu: **KS05513, KN05513**

Ćwiczenie Nr 1

ANALIZA WIDMOWA SYGNAŁÓW

Opracował:

dr inż. Arkadiusz Łukjaniuk

Białystok 2022

Wszystkie prawa zastrzeżone

Wszystkie nazwy handlowe i towarów występujące w niniejszej instrukcji są znakami towarowymi zastrzeżonymi lub nazwami zastrzeżonymi odpowiednich firm odnośnych właścicieli.

CEL ĆWICZENIA: zapoznanie studentów z analizą widmową sygnałów deterministycznych i stochastycznych oraz nabycie umiejętności pracy z prostymi analizatorami widma sygnałów.

1. WSTĘP TEORETYCZNY

Każdy sygnał trwa w czasie i zbudowany jest z pewnej liczby harmonicznym o odpowiedniej amplitudzie i początkowej fazie. Ilość harmonicznym, ich amplituda i początkowa faza zależy od formy sygnału. Skoro sygnał można rozłożyć na składowe harmoniczne, to istnieje jego reprezentacja częstotliwościowa. Przedstawienie sygnału w dziedzinie częstotliwości ma szereg niekwestionowanych zalet (jakich?).

Aparatem matematycznym pozwalającym uzyskać częstotliwościową reprezentację sygnału jest przekształcenie Fouriera. Istnieją dwa rodzaje przekształceń Fouriera: dyskretne i ciągłe. Dyskretne przekształcenie (transformata) Fouriera ma zastosowanie do sygnałów okresowych spełniających warunki Dirichletta (jakie to są warunki?). Natomiast ciągłe przekształcenie Fouriera (całka Fouriera) służy do otrzymywania widma sygnałów nieokresowych o skończonej energii. Jeżeli energia sygnału $E_x = \infty$, a moc średnia $P_x < \infty$, wtedy do obliczania widma sygnału używa się transformaty Fouriera w sensie granicznym.

1.1. Sygnały okresowe

Sygnał okresowy możemy przedstawić w postaci trygonometrycznego lub zespolonego szeregu Fouriera.

Postać trygonometrycznego szeregu Fouriera:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \cos n\omega_1 t + b_n \cdot \sin n\omega_1 t], \quad (1)$$

gdzie: a_0 , a_n i b_n – są to współczynniki rozkładu sygnału o okresie T w trygonometryczny szereg Fouriera i są zdefiniowane następującymi zależnościami:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot dt,$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \cos n \omega_1 t dt ,$$

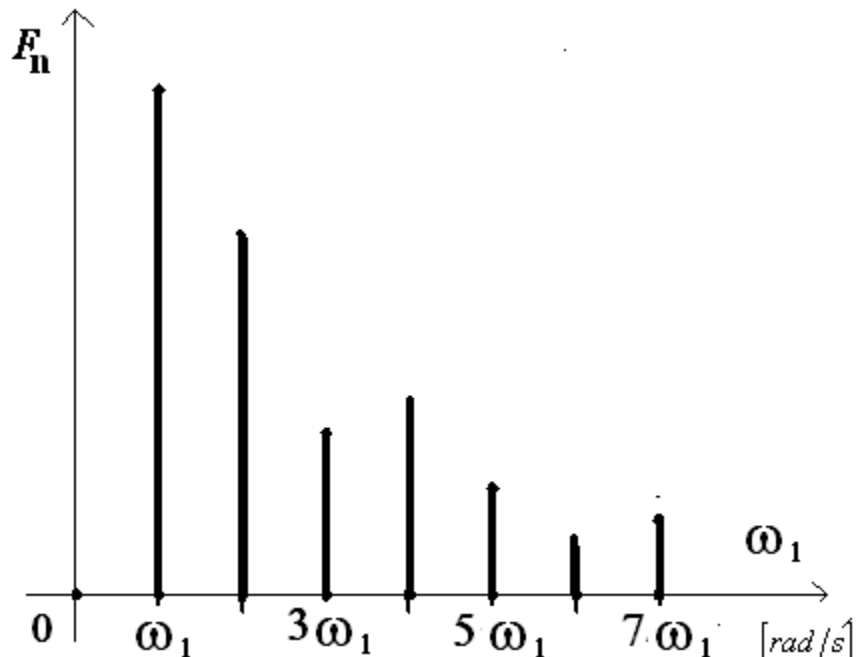
$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \sin n \omega_1 t dt .$$

W powyższych zależnościach przyjęto następujące oznaczenia:
 t_0 - początek okresu sygnału;
 t_0+T - koniec okresu sygnału;
 n - kolejny numer harmonicznej;
 $\omega_1=2\pi/T$ - częstotliwość podstawowej harmonicznej sygnału.
 Istnieje jeszcze inna postać szeregu Fouriera:

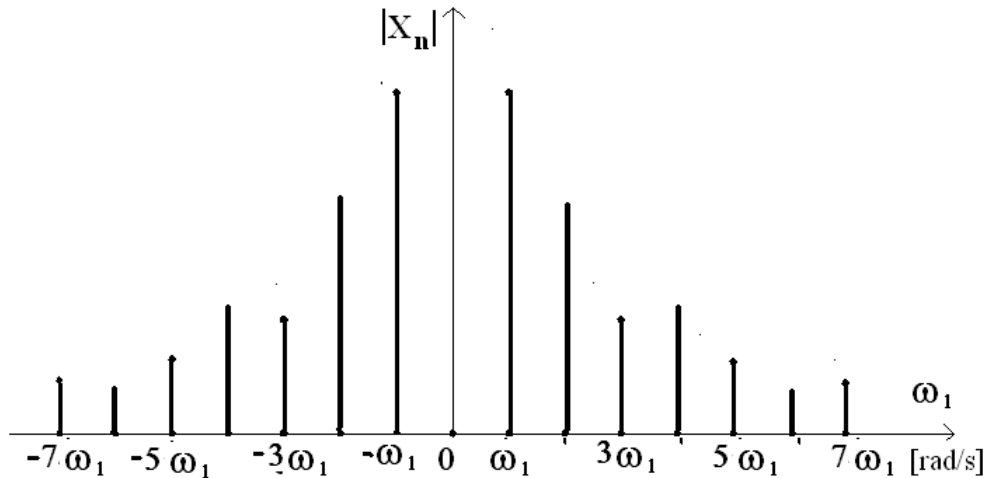
$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [F_n \cdot \sin(n \omega_1 t + \varphi_n)] , \quad (2)$$

gdzie: $F_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ - amplituda n -tej harmonicznej (widmo amplitudowe);

$\varphi_n = \arctg(a_n / b_n)$ - faza n -tej harmonicznej (widmo fazowe).



Rys.1. Przykład widma amplitudowego sygnału F_n (widmo prawostronne).



Rys.2. Przykładowe widmo amplitudowe sygnału (widmo obustronne – zespolony szereg Fouriera)

Zespolony szereg Fouriera zdefiniowany jest następująco:

$$\underline{x}(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \underline{X}_n \cdot e^{jn\omega t}, \quad (3)$$

gdzie: \underline{X}_n - współczynniki zespolonego szeregu Fouriera obliczane wg

następującej zależności:
$$\underline{X}_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot e^{-jn\omega t} \cdot dt$$

Współczynniki \underline{X}_n są w ogólnym przypadku liczbami zespolonymi:

$$\underline{X}_n = |\underline{X}_n| \cdot e^{j\varphi_n}$$

W ostatniej zależności $|\underline{X}_n|$ i φ_n - są odpowiednio modulem i fazą \underline{X}_n .

Moduł $|\underline{X}_n|$ określany jest mianem widma amplitudowego sygnału, a φ_n - widmem fazowym sygnału. Widmo amplitudowe jest funkcją parzystą, a widmo fazowe – nieparzystą. Widmo sygnałów okresowych jest widmem prążkowym, a odległość między prążkami jest odwrotnie proporcjonalna do okresu T.

Widmo fazowe oblicza się wg następujących zależności:

$$\varphi_n = \begin{cases} \arg \underline{X}_n & \text{dla } \operatorname{Im} \underline{X}_n \neq 0, \\ 0 & \text{dla } \underline{X}_n \geq 0, \\ \pi \cdot \operatorname{sgn} n & \text{dla } \underline{X}_n < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Widmo amplitudowo-fazowe $\underline{X}(\omega)$ sygnału okresowego opisuje się następującą zależnością:

$$\underline{X}(\omega) = 2\pi \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{X}_n \cdot \delta(\omega - n \cdot \omega_1).$$

1.2. Sygnały nieokresowe o skończonej energii

Do obliczania widma sygnałów nieokresowych o skończonej energii używa się całkowego przekształcenia Fouriera:

$$\underline{X}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt \quad (5)$$

Mając do dyspozycji widmo amplitudowo-fazowe sygnału $\underline{X}(\omega)$ możemy odtworzyć sygnał $x(t)$ za pomocą odwrotnego przekształcenia Fouriera:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{X}(\omega) \cdot e^{j\omega t} \cdot d\omega$$

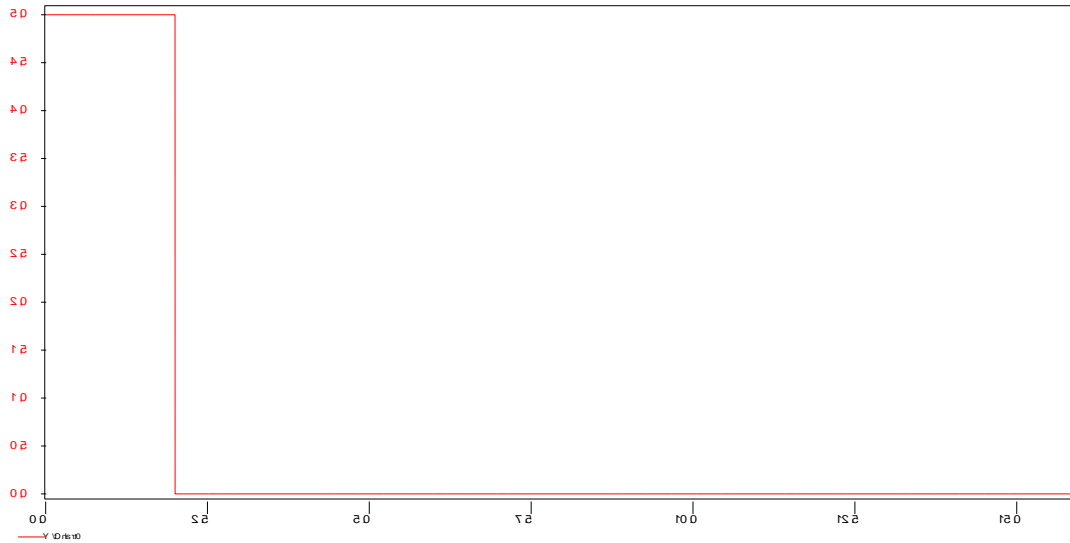
Widmo amplitudowo-fazowe sygnału $\underline{X}(\omega)$ jest w ogólnym przypadku liczbą zespoloną:

$$\underline{X}(\omega) = |\underline{X}(\omega)| \cdot e^{j\varphi_x(\omega)} = \underline{P}(\omega) + j\underline{Q}(\omega), \quad (6)$$

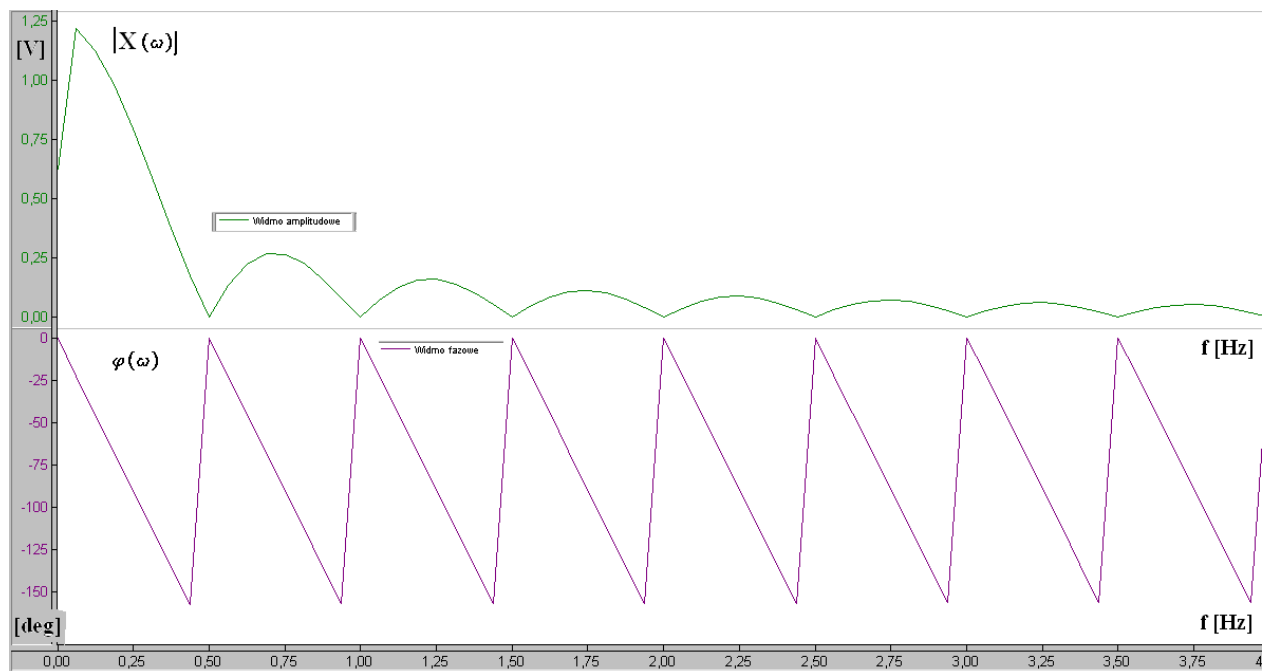
gdzie: $|\underline{X}(\omega)| = \sqrt{\underline{P}^2(\omega) + \underline{Q}^2(\omega)}$ i $\varphi_x(\omega)$ - odpowiednio moduł i faza widma amplitudowo-fazowego sygnału. Widmo sygnałów nieokresowych ma charakter ciągły.

Widmo fazowe $\varphi_x(\omega)$ oblicza się wg następujących zależności:

$$\varphi_x(\omega) = \begin{cases} \arg \underline{X}(\omega) & \text{dla } \operatorname{Im} \underline{X}(\omega) \neq 0, \\ 0 & \text{dla } \underline{X}(\omega) \geq 0, \\ \pi \cdot \operatorname{sgn} \omega & \text{dla } \underline{X}(\omega) < 0. \end{cases} \quad (7)$$



Rys.3. Impuls prostokątny o szerokości $t=2$ s i amplitudzie 5 V.



Rys.4. Widmo amplitudowe i fazowe impulsu przedstawionego na rys. 3 (obliczone na podstawie zależności (6) i (7)).

2. PRZEBIEG ĆWICZENIA „ANALIZA WIDMOWA SYGNAŁÓW”

2.1. Analiza widmowa sygnałów fizycznych w czasie rzeczywistym

Spis przyrządów używanych w trakcie ćwiczenia:

- ❖ generator funkcyjny DF1641A ;
- ❖ oscyloskop cyfrowy RIGOL DS1052E.

Uwaga!!! Przed rozpoczęciem zajęć studenci są zobowiązani zapoznać się z punktami instrukcji obsługi oscyloskopu cyfrowego RIGOL DS1052E dotyczących analizy widmowej (odczyt i rejestracja) sygnałów

Program zajęć:

1. Sygnał z wyjścia generatora funkcyjnego przyłącz na wejście oscyloskopu. Na przykładzie fali prostokątnej określ wpływ zmian amplitudy sygnału na charakterystykę widmową. Zarejestruj odpowiednie wykresy.
2. Na przykładzie fali wskazanej przez prowadzącego ćwiczenia określ wpływ zmian częstotliwości sygnału na charakterystykę widmową. Zarejestruj właściwe wykresy.
3. Na przykładzie wskazanej fali określ wpływ składowej stałej sygnału na charakterystykę widmową. Zarejestruj odpowiednie wykresy.
4. Dla podanych poniżej sygnałów określ wartość skuteczną, średnią, maksymalną i minimalną. Na drodze pomiarowej wyznacz zależność między wartością maksymalną i skuteczną każdego sygnału.

Tabela 1

Rodzaj sygnału	U_{sr} [V]	U_{sk} [V]	U_{max} [V]	Umax/ Usk	
				pomiar	literatura
Fala prostokątna					
Sinusoidalny					
Fala trójkątna					
Fala prostokątna o podwojonej częstotliwości				X	
Sinusoidalny ze składową stałą					
Fala prostokątna ze składową stałą					
Losowy (metodykę pomiaru wskaże prowadzący)					

5. Dokonaj obserwacji charakterystyk widmowych sygnału wskazanego przez prowadzącego ćwiczenia (parametry tego sygnału będą podane prowadzącego wcześniej w trakcie w ćwiczeń tablicowych i obowiązkiem studentów będzie obliczenie wartości widma amplitudowego i fazowego oraz wpisanie ich w odpowiednie kolumny tabeli 2). Uzupełnij tabelę 2 (kolumnę z DASyLab podczas wypełniania p. 2.2) i porównaj charakterystyki widmowe (tylko amplitudowe) uzyskane na ekranie oscyloskopu i obliczone.

Tabela 2.

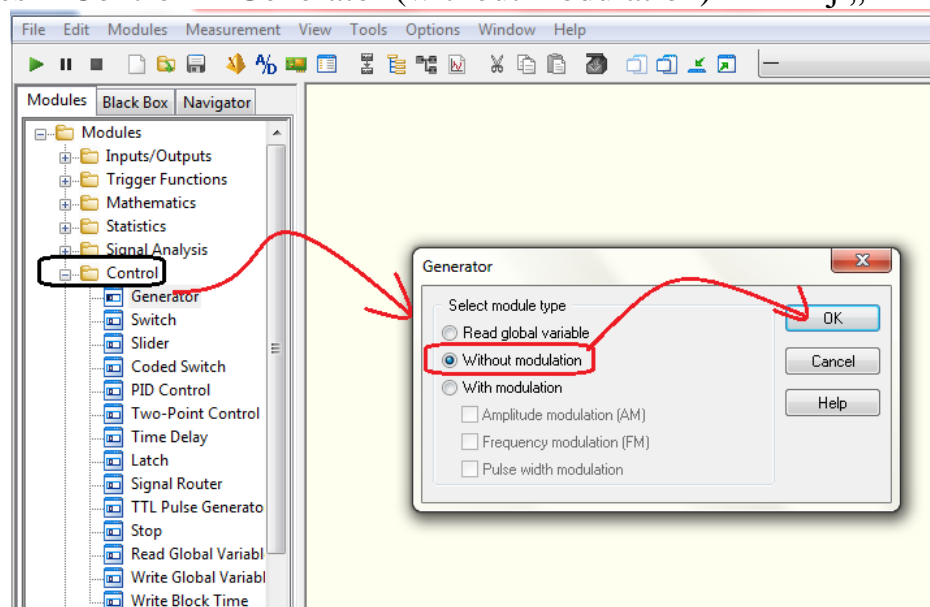
Fala prostokątna $A_1=.....$; $A_2=.....$; $\tau_1=.....$; $\tau_2=.....$; $T=.....$					
Numer harmonicznej	RIGOL DS1052E		DASyLab	$U_{k\text{obl.}}$ [V]	$\varphi_{k\text{obl.}}$ [deg]
	$U_{k\text{pomiar.}}$ [V]	Błąd względny δ [%]	$U_{k\text{pomiar.}}$ [V]		
0					
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					

$$\delta = \frac{U_{k\text{obl}} - U_{k\text{pomiar}}}{U_{k\text{obl}}} \cdot 100\%$$

2.2. Analiza widmowa sygnałów wirtualnych za pomocą programu DASYLab

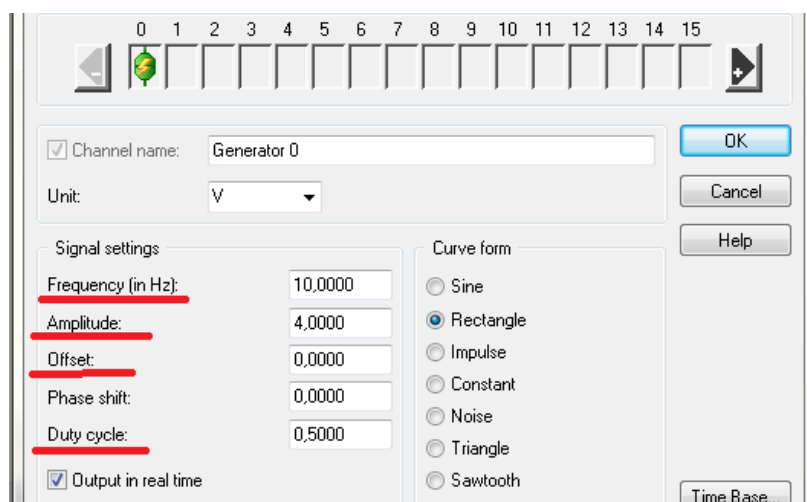
Program zajęć:

1. Uruchom program DASYLab.
2. Wybierz generator korzystając z następującej ścieżki dostępu (rys. 5):
Modules=>Control=> Generator (without modulation) i kliknij „OK”.



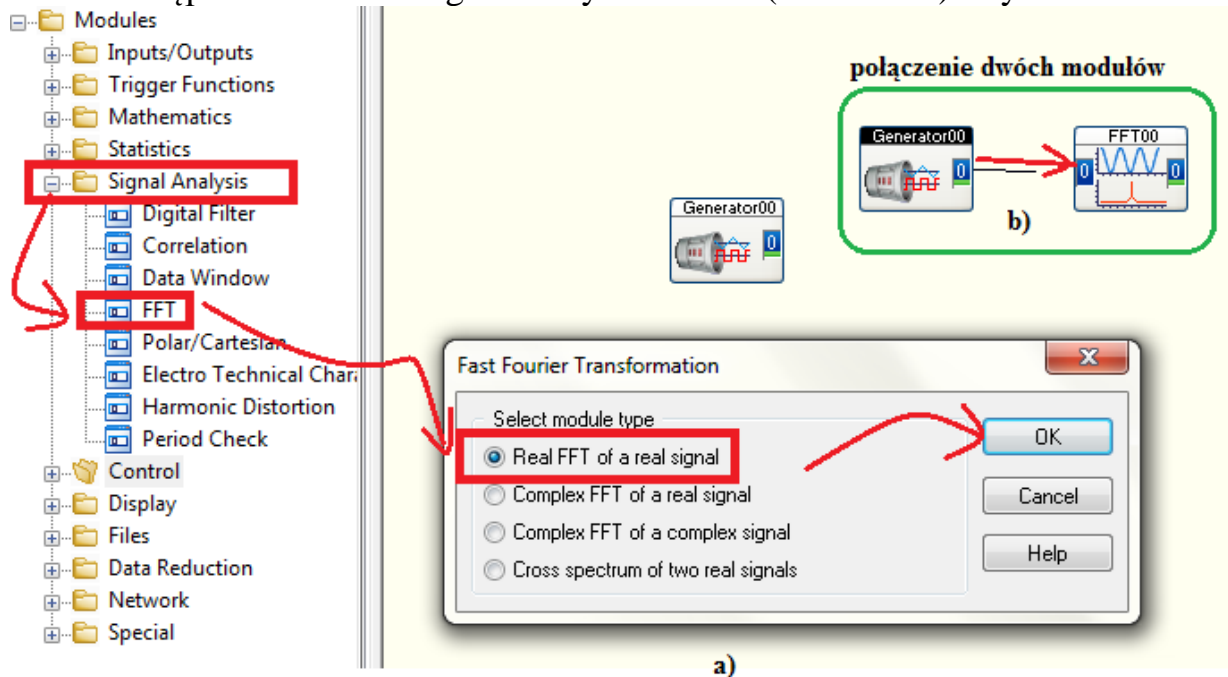
Rys. 5. Kolejność operacji podczas aktywacji bloku „Generator”.

3. Po dwukrotnym kliknięciu na ikonę generatora uzupełnij parametry sygnału korzystając z danych tab. 2 (częstotliwość - frequency, amplitudę – amplitude $A = (A_1 + A_2) / 2$, składową stałą – offset- $A + \text{offset} = A_1$, cykl pracy – duty cycle $= \tau_1 / T$ - rys. 6.



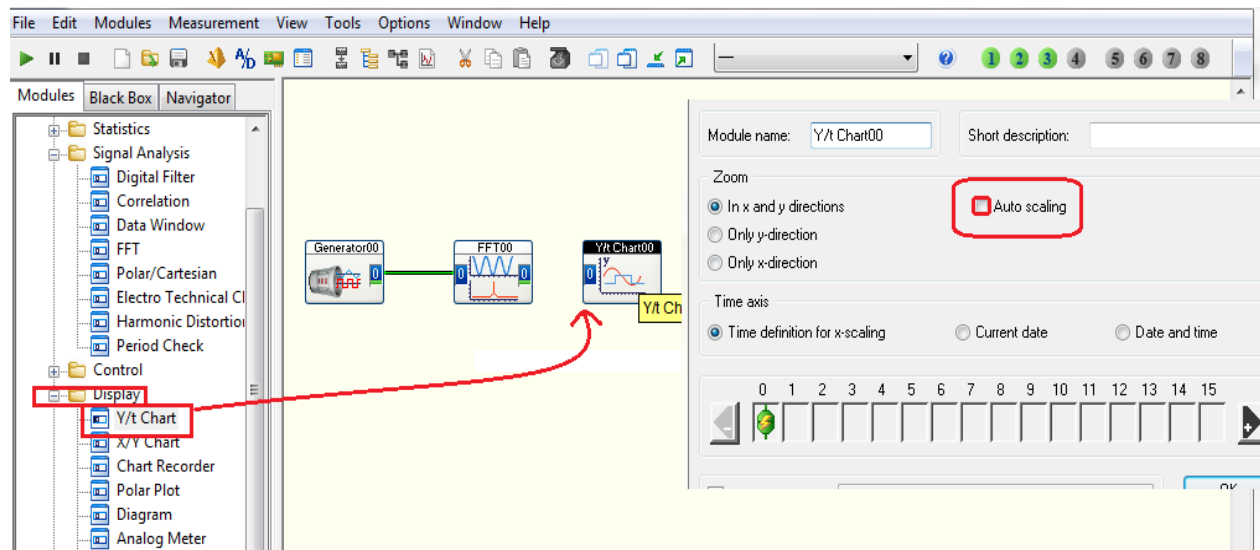
Rys. 6. Widok okna bloku „Generator”.

4. Wybierz moduł analizy widmowej FFT korzystając z następującej ścieżki dostępu: Modules=>Signal analysis=> FFT (Real FFT..) – rys. 7.



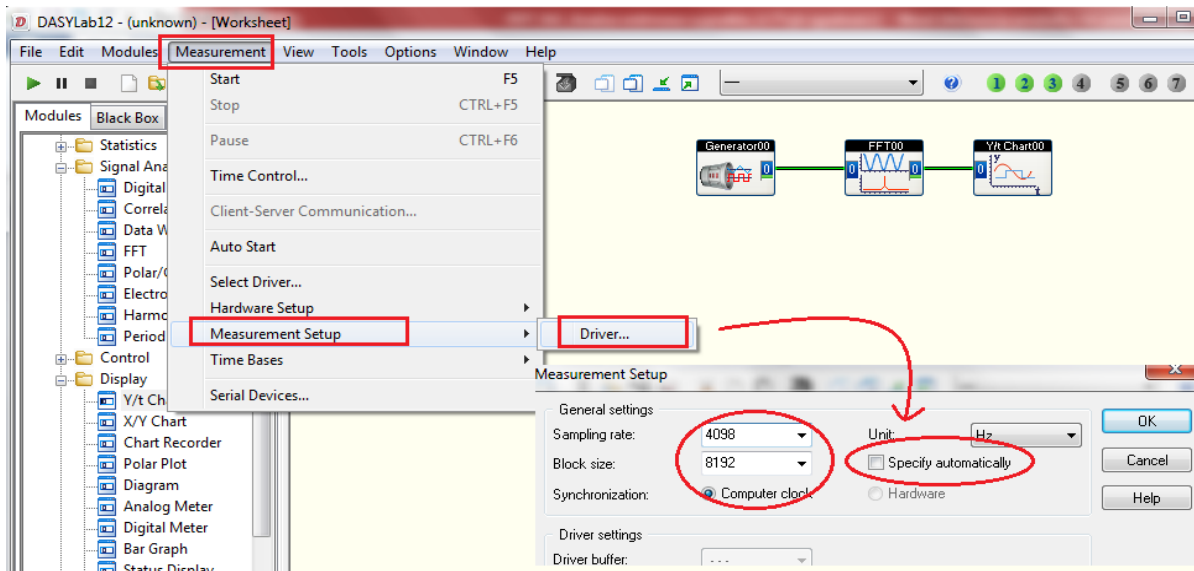
Rys. 7. Kolejność operacji: a) podczas aktywacji bloku „FFT”, b) łączenie modułów.

5. Wybierz moduł obserwacji przebiegów „Y/t Chart”: Modules=>Display=> Y/t Chart (po dwukrotnym kliknięciu modułu zaznaczyć opcję „Auto scaling”, zwiększenie liczby kanałów następuje po kliknięciu symbolu „+”, a zmniejszenie – „-”, – rys. 8).



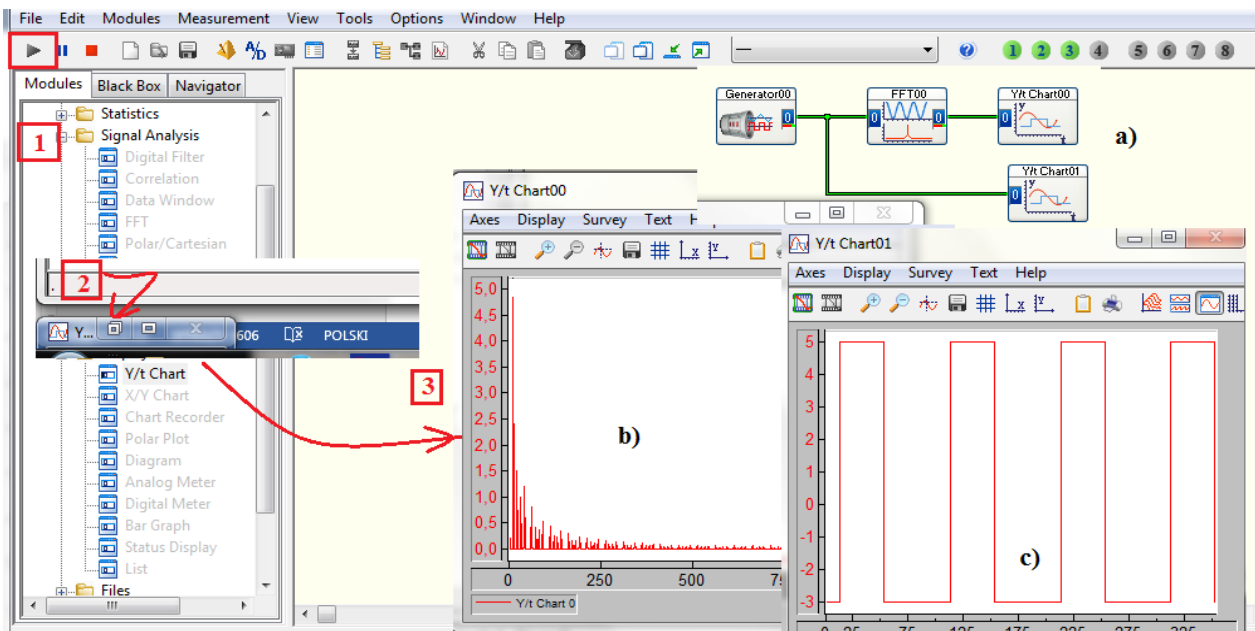
Rys. 8. Kolejność operacji: a) podczas aktywacji bloku „Y/t chart”.

6. Połącz przygotowane moduły.
7. Ustaw parametry analizy: Measurement=> Measurement Setup=>Driver – rys. 9 (jeżeli prowadzący zajęcia nie poda innych danych, to należy wprowadzić: Block size – 8192 i Sampling rate – 4098).



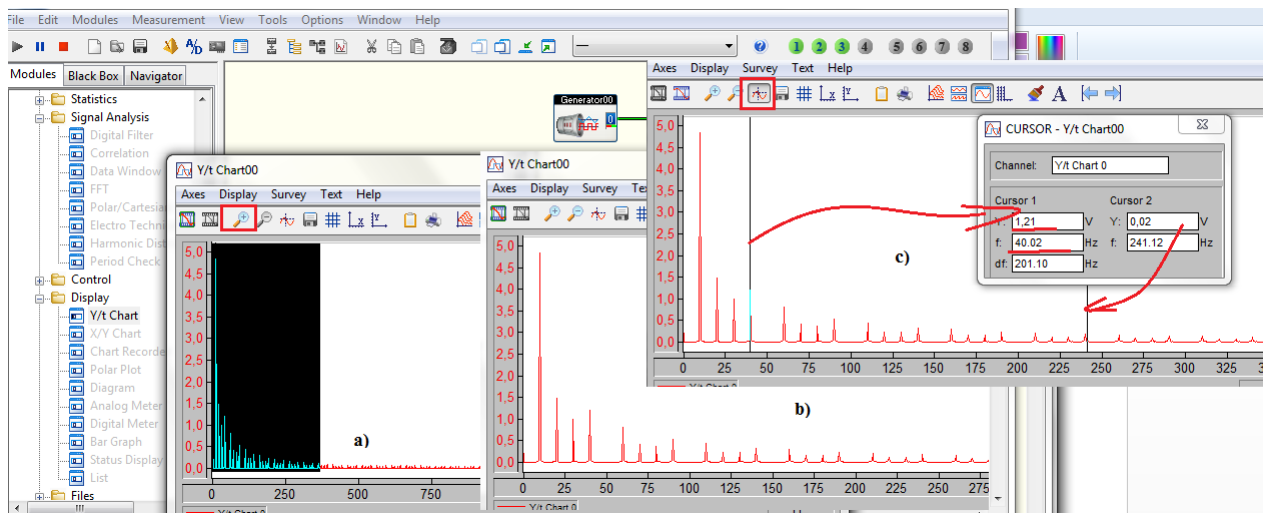
Rys. 9. Kolejność operacji ustawiania parametrów analizy.

8. Podłącz blok do obserwacji przebiegu w dziedzinie czasu – rys. 10a uruchom program (1) i uaktywnij wizualizację przebiegów w dziedzinie częstotliwości i czasu – rys. 10bi 10c.



Rys. 10. Kolejność operacji: a) podłączenie bloku wizualizacji w dziedzinie czasu; b) uaktywnienie wizualizacji widma amplitudowego; c) uaktywnienie wizualizacji przebiegu czasowego.

9. Powiększ lupą widmo amplitudowe (rys. 11a), a następnie włącz opcje kursora (rys. 11c) i odczytaj wartości amplitud dla pierwszych dwudziestu harmonik i zapisz w odpowiednich miejscach tabeli 2. Porównaj wartości obliczone i zmierzone. Zarejestruj przebiegi.



Rys. 11. Kolejność operacji: a) uaktywnienie lupy; b) powiększony fragment widma amplitudowego; c) uaktywnienie kursora i odczyt widma.

Sprawozdanie powinno zawierać:

- Schemat blokowy do analizy widmowej sygnałów;
- Przebiegi w dziedzinie czasu i częstotliwości sygnałów wskazanych przez prowadzącego ćwiczenie;
- Uzupełnione tabele 1 i 2;
- Porównanie wyników wykonanych obliczeń charakterystyk widmowych sygnałów z wynikami pomiarów przeprowadzonych w trakcie ćwiczenia;
- Analizę uzyskanych charakterystyk widmowych badanych sygnałów;
- Odpowiedź na pytanie: czy przesunięcie fazowe sygnału ma wpływ na jego charakterystyki widmowe?
- Określenie relacji między charakterystyką widmową fali i sygnału impulsowego o tym samym kształcie;
- Analizę właściwości charakterystyk widmowych (amplitudowych i fazowych) sygnałów okresowych i impulsowych;
- Czy przy analizie sygnałów deterministycznych (losowych) wartość średnia, wartość skuteczna lub wartość maksymalna są wystarczającą miarą właściwości sygnału? Czy znając częstotliwość sygnału możemy na

podstawie informacji o wartości średniej i skutecznej określić właściwości sygnału?

➤ Wnioski.

3. PYTANIA KONTROLNE

1. Wymień i zdefiniuj parametry charakteryzujące sygnał deterministyczny w dziedzinie czasu.
2. Wymień i zdefiniuj parametry charakteryzujące sygnał stochastyczny w dziedzinie czasu.
3. Wymień i zdefiniuj parametry charakteryzujące sygnał deterministyczny w dziedzinie częstotliwości.
4. Wymień i zdefiniuj parametry charakteryzujące sygnał stochastyczny w dziedzinie częstotliwości.
5. Wymień warunki istnienia transformaty Fouriera sygnałów okresowych.
6. Wymień warunki istnienia transformaty Fouriera sygnałów nieokresowych.
7. Porównaj charakterystyki widmowe sygnałów okresowych i impulsowych.
8. Zdefiniuj pojęcie i sens fizyczny widma amplitudowego i fazowego.
9. Czym się różnią charakterystyki amplitudowo-fazowe sygnałów deterministycznych i stochastycznych?

4. LITERATURA

1. Szabatin J.: Podstawy teorii sygnałów. WKŁ, 2007r.
2. Wojciechowski J.M.: Sygnały i systemy. WKŁ, 2009.
3. Zieliński T. P.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań. WKŁ, 2009.
4. Chaciński H.: Teoria sygnałów i modulacji: ćwiczenia laboratoryjne]. Warszawa. OW Politechniki Warszawskiej, 2005.
5. Biernacki R.: Zbiór zadań z teorii sygnałów i teorii. Warszawa. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2003.

WYMAGANIA BHP

Warunkiem przystąpienia do praktycznej realizacji ćwiczenia jest zapoznanie się z instrukcją BHP i instrukcją przeciwpożarową oraz przestrzeganie zasad w nich zawartych. Wybrane urządzenia dostępne na stanowisku laboratoryjnym mogą posiadać instrukcje stanowiskowe. Przed rozpoczęciem pracy należy zapoznać się z instrukcjami stanowiskowymi wskazanymi przez prowadzącego.

W trakcie zajęć laboratoryjnych należy przestrzegać następujących zasad.

- ♦ Sprawdzić, czy urządzenia dostępne na stanowisku laboratoryjnym są w stanie kompletnym, nie wskazującym na fizyczne uszkodzenie.
- ♦ Sprawdzić prawidłowość połączeń urządzeń.
- ♦ Załączenie napięcia do układu pomiarowego może się odbywać po wyrażeniu zgody przez prowadzącego.
- ♦ Przyrządy pomiarowe należy ustawić w sposób zapewniający stałą obserwację, bez konieczności nachylania się nad innymi elementami układu znajdującymi się pod napięciem.
- ♦ Zabronione jest dokonywanie jakichkolwiek przełączeń oraz wymiana elementów składowych stanowiska pod napięciem.
- ♦ Zmiana konfiguracji stanowiska i połączeń w badanym układzie może się odbywać wyłącznie w porozumieniu z prowadzącym zajęcia.
- ♦ W przypadku zaniku napięcia zasilającego należy niezwłocznie wyłączyć wszystkie urządzenia.
- ♦ Stwierdzone wszelkie braki w wyposażeniu stanowiska oraz nieprawidłowości w funkcjonowaniu sprzętu należy przekazywać prowadzącemu zajęcia.
- ♦ Zabrania się samodzielnego włączania, manipulowania i korzystania z urządzeń nie należących do danego ćwiczenia.
- ♦ W przypadku wystąpienia porażenia prądem elektrycznym należy niezwłocznie wyłączyć zasilanie stanowisk laboratoryjnych za pomocą wyłącznika bezpieczeństwa, dostępnego na każdej tablicy rozdzielczej w laboratorium. Przed odłączeniem napięcia nie dotykać porażonego.